Beispiele aus der Fragestunde

- bedingte WS.: Senden/Empfangen

  $G \mathrel{\hat=}$ gesendet $\quad E \mathrel{\hat=}$ empfangen

  gegeben: $P(E=a \mid G=b)$

  gesucht: $P(G=b \mid E=a)$ $\qquad$ Bayes-Regel (zusätzlich geg: unbed. WS.)

  anderes Beispiel: Krankheit

  $Z \mathrel{\hat=}$ Zustand, $D \mathrel{\hat=}$ Diagnose

  geg.: $P(D=g \mid Z=g)$

  ges.: $P(Z=g \mid D=k)$

- Bestimmung erwartungstreuer und konsistenter Schätzer

  $X_1, \dots, X_n$ unabh. P

  ges.: Schätzer für $PA =: \int 1\!\!1_A \, dP$: $T = \frac{1}{n} \sum 1\!\!1_A(X_i)$

  $ET = \frac{1}{n} \sum E\, 1\!\!1_A(X_i) = E\, 1\!\!1_A(X_i) = \int 1\!\!1_A \, dP = PA$ $\qquad$ <u>erwartungstreu</u>

  $1\!\!1_A(X_1) \dots 1\!\!1_A(X_n)$ unabh. identisch verteilt $B_{1,PA}$

  Ges. d. gr. Zahl: $T_n \to PA$ in W. unter P $\qquad$ <u>Konsistent</u>

  Zentraler Grenzwertsatz: $n^{1/2}(T_n - PA) = n^{-1/2} \sum (1\!\!1_A(X_i) - PA) \Rightarrow N_{0,PA(1-PA)}$

- $X_1, \dots, X_n$ unabhängig P., endliche Varianz $\sigma^2(P) = \sigma^2$

  Schätze σ: $\sqrt{\frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2} = \hat\sigma = \sqrt{\hat\sigma^2}$

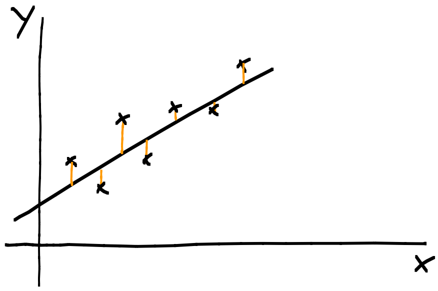
  $\sqrt{\hat\sigma^2} = \sqrt{\sigma^2} + (\hat\sigma^2 - \sigma^2) \frac{1}{2} \sigma^{-1} + o_p(n^{-1/2})$

  $n^{1/2}(\sqrt{\hat\sigma^2} - \sigma) = n^{1/2}(\hat\sigma^2 - \sigma^2) \frac{1}{2} \sigma^{-1} + o_p(1)$

- Methode der kleinsten Quadrate

  $Y_i = a + bX_i + \varepsilon_i$

  minimiere $\sum_{i=1}^{n} (Y_i - a - b^T X_i)^2$ in a, b



- $X_1, \dots, X_n$ unabh. P. Schätze EX_1

  Nehme $T_n := X_1 \not\to EX_1 \Rightarrow$ erwartungstreu aber nicht konsistent

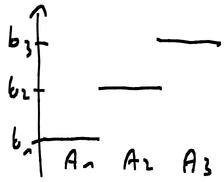
  auch für die Rückrichtung gibt es keine Implikation

- $n^{1/2}(T_n - \vartheta) = n^{-1/2} \sum_{i=1}^{n} h(X_i) + o_p(1)$ $\qquad$ $E_\vartheta h(X_1) = 0$

  $\Rightarrow N_{0,\operatorname{Var} h(X_1)}$ $\qquad$ also asymptotisch linear $\overset{!}{\Rightarrow}$ asymptotisch normal

- $\mathbb{E}X = \sum X(a)\, P(X = b)$

  $X = \sum b_i \mathbb{1}_{A_i}$ // diskret, Treppen fkt.

  $\mathbb{E}X = \sum b_i\, PA_i$

  $B_{1,p}\, X^2 = p$

  $\mathrm{Var}\, B_{1,p} = \mathbb{E}X^2 - (\mathbb{E}X)^2 = p - p^2 = p(1-p)$