

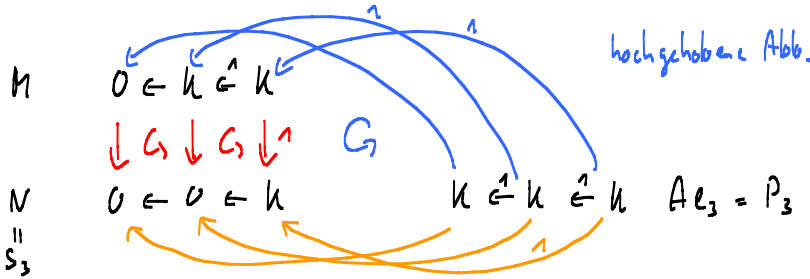


$$S_i = A e_i / \text{rad } A e_i \quad (S_i \text{ einfach} \Leftrightarrow A e_i \text{ unz. projektiv})$$

Hochhebungseigenschaft:

$$\begin{array}{ccc} & \exists P \text{ proj.} & \\ & \downarrow G & \\ M \xrightarrow{G} N \rightarrow 0 & \text{surj.} & \end{array}$$

$$A e_1 = \mathbb{K} \leftarrow 0 \leftarrow 0, \quad A e_2 = \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \leftarrow 0, \quad A e_3 = \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \quad (\text{Weg von 3 weg als Basis})$$



$M = M_n \supset M_{n-1} \supset \dots \supset M_1 \supset 0$  mit  $M_{i+1}/M_i$  einfach, Kompositionsreihe (Jordan-Hölder-Reihe)

$$\begin{array}{c} \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \mathbb{K} \leftarrow \mathbb{K} \leftarrow 0 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \mathbb{K} \leftarrow 0 \leftarrow 0 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ 0 \leftarrow 0 \leftarrow 0 \end{array}$$

$$A e_3 = P_3 : \text{J.-H.-Faktoren } S_3, S_2, S_1 \text{ jew. } 1 \times$$

$$\dim V = (\dim V_i)_{i \in \mathcal{A}_0} = (\text{J.-H.-Faktoren})$$

$$\dim P_3 = (1, 1, 1)$$

in Allg. Modul dadurch nicht bestimmt, aber:

Munz. Darst. von  $\mathcal{Q}$  Dynkin  $\Rightarrow \dim M$  bestimmt  $M \perp$

$A = \bigoplus A_i$  Zerlegung in Ideale, die Teileralgebren mit 1 sind.

$$1 = \sum_{i=1}^n e_i : \text{zentral-primitive orth. Idempotente. } Z(A) = \{z \in A : z a = a z \ \forall a \in A\}$$

$$(\mathbb{K}Q)^{\text{op}} : z \in A : z = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \lambda_3 e_3 + \lambda_4 \alpha + \lambda_5 \beta + \lambda_6 \alpha\beta$$

$$e_1 z = z e_1 \quad e_2 z = \lambda_1 e_1 + \lambda_4 \alpha + \lambda_6 \alpha\beta$$

$$z e_1 = \lambda_1 e_1 \Rightarrow \lambda_4 = \lambda_6 = 0, \lambda_5 = 0$$

$$\alpha \cdot \beta \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 \Rightarrow z = \lambda \cdot 1 \Rightarrow 1 \text{ zentral primitiv} \Rightarrow A \text{ unzerlegbar}$$

( $\Leftrightarrow \mathcal{Q}$  zusammenhängend)

bestimme unzerlegbare  $A$ -Moduln = unz.  $\mathbb{K}Q$ -Darstellungen

$$\mathcal{Q} = 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \quad \text{Dynkin Typ } A_3 : 0 - 0 - 0 \quad \text{Satz von Gabriel : endlicher Darstellungstyp}$$

Kombinatorisch :  $\dim M$  bestimmt  $M$  unz. eindeutig

positive Wurzeln von  $\mathfrak{g}$

$$q(x) = \sum_{i \in \mathcal{Q}_0} x_i^2 - \sum_{i \sim j} d_{ij} x_i x_j = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1 x_2 - x_2 x_3 \quad \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -0 \\ -0 \end{array} \quad (\text{Dynkin})$$

$$\# \text{ Kanten } i-j \quad = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2} (x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} (x_2 - x_3)^2 + \frac{1}{2} x_3^2 \quad \text{positiv definit}$$

$$X \text{ mit } q(x) = 1 : 100, 010, 001, 110, 011, 111 \Rightarrow 6 \text{ unz. Darstellungen} \simeq$$

bestimme alle unz. Darstellungen algorithmisch

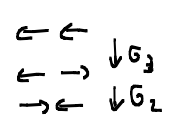
zulässige Anordnung  $G_3$   $\left\{ \begin{array}{l} 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3 : 1 \text{ Senke} \\ \downarrow G_1 \\ 1 \rightarrow 2 \leftarrow 3 : 2 \text{ Senke} \\ \downarrow G_2 \\ 1 \leftarrow 2 \rightarrow 3 : 3 \text{ Senke} \end{array} \right.$

8.19: projektive  $P(i) = S_n^- \dots S_{i-1}^- (S(i))$  einfach für  $G_1, \dots, G_n \in \mathbb{Z}$

8.7:  $X \cong (S_{i_1}^- \dots S_{i_n}^-)^r S_{i_1}^- \dots S_{i_n}^- (S(i_s))$  liefert alle unz.  $X$  für  $r \in \mathbb{N}$ ,  $S \in \{1, \dots, n\}$   
 Algorithmus bricht ab (A Dynkin)

$P(1) = S(1)$  projektiv

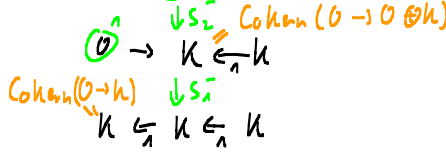
$P(2) = S_n^- S(2) : 0 \rightarrow K \rightarrow 0$



$K \leftarrow K \leftarrow 0$   
 Kern  $(0 \rightarrow K)$

$P(3) = S_n^- S_2^- S(3) : 0 \leftarrow 0 \rightarrow K$

$K \leftarrow K \leftarrow K$



8.19  $\Rightarrow$  3 unz. proj.  $\checkmark$

8.7.: Iteriere  $(S_n^- S_2^- S_3^-)$ , Anfang: proj. unz.

$P(1) : K \leftarrow 0 \leftarrow 0 \xrightarrow{S_3^-} K \leftarrow 0 \rightarrow 0 \xrightarrow{S_2^-} K \rightarrow K \leftarrow 0 \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow K \leftarrow 0$

$P(2) : K \leftarrow K \leftarrow 0 \xrightarrow{S_3^-} K \leftarrow K \rightarrow K \xrightarrow{S_2^-} K \rightarrow K \leftarrow K \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow K \leftarrow K$

$P(3) : K \leftarrow K \leftarrow K \xrightarrow{S_3^-} K \leftarrow K \rightarrow 0 \xrightarrow{S_2^-} K \rightarrow 0 \leftarrow 0 \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow 0 \leftarrow 0$

"I(1) injektiv

nächste Iteration:

$0 \leftarrow K \leftarrow 0 \xrightarrow{S_3^-} 0 \leftarrow K \rightarrow K \xrightarrow{S_2^-} 0 \rightarrow 0 \leftarrow K \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow 0 \leftarrow K$

$0 \leftarrow K \leftarrow K \xrightarrow{S_3^-} 0 \leftarrow K \rightarrow 0 \xrightarrow{S_2^-} 0 \rightarrow 0 \leftarrow 0 \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow 0 \leftarrow 0$

"I(2) injektiv

$0 \leftarrow 0 \leftarrow K \xrightarrow{S_3^-} 0 \leftarrow 0 \rightarrow 0 \xrightarrow{S_2^-} 0 \rightarrow 0 \leftarrow 0 \xrightarrow{S_1^-} 0 \leftarrow 0 \leftarrow 0$

$\Rightarrow$  Damit alle unz. Darstellungen bestimmt.